

SISTEMI DINAMICI PER L'APPRENDIMENTO DI RETI NEURALI SU VARIETA' DIFFERENZIALI

Simone Fiori

Dipartimento di Ingegneria Biomedica, Elettronica e Telecomunicazioni
Università Politecnica delle Marche - Via Brecce Bianche, I-60131, Ancona

Il problema della sintesi e della simulazione delle reti neurali artificiali è di notevole interesse teorico e pratico. Una classe di teorie di apprendimento di notevole interesse si basa sull'ottimizzazione dei parametri di una rete neurale artificiale su varietà differenziali e, in particolare, su gruppi matriciali di Lie. Alcuni riferimenti a pubblicazioni scientifiche relative al presente argomento di ricerca sono riportate di seguito. L'ultimo riferimento bibliografico è relativo ad alcuni risultati parziali della ricerca in oggetto.

La ricerca prevede, in primo luogo, lo studio delle caratteristiche di sistemi dinamici del primo ordine rappresentati da equazioni differenziali del primo ordine su varietà differenziali matriciali compatte e gruppi di Lie matriciali compatti per l'ottimizzazione vincolata di funzioni di apprendimento per reti neurali artificiali, con particolare riferimento al gruppo ortogonale speciale, alla varietà di Stiefel compatta e alla varietà di Grassmann.

La ricerca prevede, inoltre, la formulazione di sistemi dinamici del secondo ordine rappresentati da equazioni differenziali del secondo ordine su varietà differenziali matriciali compatte e gruppi di Lie matriciali compatti per l'ottimizzazione vincolata di funzioni di apprendimento per reti neurali artificiali, secondo un paradigma meccanico e lo studio delle loro proprietà, con particolare riferimento al gruppo ortogonale speciale, all'ipersfera, alla varietà "flag", alla varietà di Stiefel compatta e alla varietà di Grassmann.

Inoltre, oggetto della presente ricerca è lo studio delle tecniche numeriche più appropriate per l'integrazione numerica delle equazioni differenziali del primo e del secondo ordine derivanti dalla formulazione dei suddetti sistemi dinamici su varietà differenziali compatte, con particolare enfasi ai metodi basati sulle approssimazioni geodetiche e alle approssimazioni con retrazioni, trasporto parallelo e trasporto non parallelo.

L'attività di ricerca oggetto della presente memoria, può essere così riassunta:

Obiettivo 1: Acquisire nuove conoscenze sulla struttura e le proprietà dei sistemi dinamici rappresentati da equazioni differenziali del primo e secondo ordine su varietà differenziali. In particolare, lo studio è orientato alle equazioni differenziali su varietà differenziali e gruppi di Lie per l'ottimizzazione vincolata di funzioni di apprendimento per reti neurali artificiali.

Obiettivo 2: Studio delle tecniche numeriche più appropriate per l'integrazione numerica di tali equazioni differenziali su varietà differenziali.

Riferimenti bibliografici

- S. Fiori**, *A Theory for Learning by Weight Flow on Stiefel–Grassman Manifold*, Neural Computation, Vol. 13, No. 7, pp. 1625 – 1647, July 2001
- S. Fiori**, *A Theory for Learning Based on Rigid Bodies Dynamics*, IEEE Transactions on Neural Networks, Vol. 13, No. 3, pp. 521 – 531, May 2002
- S. Fiori**, *Extended Hebbian Learning for Blind Separation of Complex–Valued Sources*, IEEE Transactions on Circuits and Systems – Part II, Vol. 50, No. 4, pp. 195 – 202, April 2003
- S. Fiori and R. Rossi**, *Stiefel–Manifold Learning by Improved Rigid–Body Theory Applied to ICA*, International Journal of Neural Systems, Vol. 13, No. 5, pp. 273 – 290, October 2003

- S. Fiori and P. Burrascano**, *One-Unit 'Rigid-Bodies' Learning Rule for Principal/Independent Component Analysis with Application to ECT-NDE Signal Processing*, Neurocomputing, Vol. 56, pp. 233 – 255, January 2004
- S. Fiori**, *A Fast Fixed-Point Neural Blind Deconvolution Algorithm*, IEEE Trans. on Neural Networks, Vol. 15, No. 2, pp. 455 – 459, March 2004
- S. Fiori**, *Quasi-Geodesic Neural Learning Algorithms over the Orthogonal Group: A Tutorial*, Journal of Machine Learning Research, Vol. 6, pp. 743 – 781, May 2005
- S. Fiori**, *Formulation and Integration of Learning Differential Equations on the Stiefel Manifold*, IEEE Trans. on Neural Networks, Vol. 16, No. 6, pp. 1697 – 1701, Nov. 2005
- S. Fiori**, *Blind Adaptation of Stable Discrete-Time IIR Filters in State-Space Form*, IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 54, No. 7, pp. 2596 – 2605, July 2006
- S. Fiori**, *Learning Independent Components on the Orthogonal Group of Matrices by Retractions*, Neural Processing Letters, Vol. 25, No. 3, pp. 187 – 198, June 2007
- S. Fiori**, *Geodesic-Based and Projection-Based Neural Blind Deconvolution Algorithms*, Signal Processing, Vol. 88, No. 3, pp. 521 – 538, March 2008
- S. Fiori**, *A Study on Neural Learning on Manifold Foliations: The case of the Lie Group $SU(3)$* , Neural Computation, Vol. 20, No. 4, pp. 1091 – 1117, April 2008
- S. Fiori**, *Learning by Criterion Optimization on a Unitary Unimodular Matrix Group*, International Journal of Neural Systems (Special issue on "Complex-Valued Neural Networks and Neuro-computing: Novel Methods, Applications and Implementations", Guest Editors: V.S.H. Rao, G.R. Murthy, T. Nitta and I. Aizenberg), Vol. 18, No. 2, pp. 87 – 103, April 2008
- S. Fiori**, *Leap-Frog-Type Learning Algorithms over the Lie Group of Unitary Matrices*, Neurocomputing (Special issue on "Advances in Blind Signal Processing", Guest Editors: D. Erdogmus, D. Mandic and T. Tanaka), Vol. 71, No. 10–12, pp. 2224 – 2244, June 2008
- E. Celledoni and S. Fiori**, *Descent Methods for Optimization on Homogeneous Manifolds*, Journal of Mathematics and Computers in Simulation (Special issue on "STRUCTURAL DYNAMICAL SYSTEMS: Computational Aspects", Guest Editors: N. Del Buono, L. Lopez and T. Politi), Vol. 79, No. 4, pp. 1298 – 1323, December 2008
- S. Fiori**, *Lie-Group-Type Neural System Learning by Manifold Retractions*, Neural Networks (Elsevier), Vol. 21, No. 10, pp. 1524 – 1529, December 2008
- S. Fiori**, *On Vector Averaging over the Unit Hypersphere*, Digital Signal Processing (Elsevier), Vol. 19, No. 4, pp. 715 – 725, July 2009
- S. Fiori and P. Baldassarri**, *Approximate Joint Matrix Diagonalization by Riemannian-Gradient-Based Optimization over the Unitary Group (With Application to Neural Multichannel Blind Deconvolution)*, in "Neural Computation and Particle Accelerators: Research, Technology and Applications" (ed.s: E. Chabot and H. D'Arras, Series of Neuroscience Research Progress), NOVA Publisher, 2009
- S. Fiori**, *Learning the Fréchet Mean over the Manifold of Symmetric Positive-Definite Matrices*, Cognitive Computation (Springer). Vol. 1, No. 4, pp. 279 – 291, December 2009
- S. Fiori and T. Tanaka**, *An Algorithm to Compute Averages on Matrix Lie Groups*, IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 57, No. 12, pp. 4734 – 4743, December 2009
- S. Fiori**, *Learning by Natural Gradient on Noncompact Matrix-type Pseudo-Riemannian Manifolds*, IEEE Trans. on Neural Networks, Vol. 21, No. 5, pp. 841 – 852, May 2010
- S. Fiori**, *Visualization of Riemannian-Manifold-Valued Elements by Multidimensional Scaling*, Neurocomputing, Vol. 74, No. 6, pp. 983 – 992, February 2011
- S. Fiori**, *Extended Hamiltonian Learning on Riemannian Manifolds: Theoretical Aspects*, IEEE Trans. on Neural Networks. Accettato per pubblicazione